

## Acquisition progressive

Un locataire paie un loyer constant exprimé en euros constants car son loyer en euros courants est indexé à l'inflation. Si l'on suppose que les prix de l'immobilier évolueront également au rythme de l'inflation, ils sont également constants.

Un locataire à vie paie une somme de loyers constants égale à  $A * L$ , où  $A$  correspond au nombre d'années de location et  $L$  au loyer annuel.

Avec une espérance de vie de 65 ans à 18 ans et un loyer de 4,5%, la somme des loyers en euros constants correspond à 3 fois le prix de son logement exprimé en euros constants, sans épargne résiduelle.

Supposons à présent qu'une part du loyer notée  $\varepsilon$  permette au locataire d'épargner en achetant progressivement une part de son logement, notée  $q$ , dont le prix est égal à 1, toujours en euros constants. Le locataire continue de payer un loyer sur la part du logement dont il n'est pas propriétaire. Et il paie les charges, taxes foncières et les provisions pour gros travaux liés à la part dont il est propriétaire, ensemble noté  $f$  en proportion du loyer en euros constants. Grâce à l'économie de loyer nette des charges, il accélère l'acquisition de son logement car il alloue toujours  $L$  à son budget logement.

$$Epargne_t = L - (1 - q_t)(1 - \varepsilon)L - q_t f L = [q_t(1 - f - \varepsilon) + \varepsilon]L$$

Avec cette épargne, il augmente sa quantité de propriété.

$$\frac{\partial q_t}{\partial t} = [q_t(1 - f - \varepsilon) + \varepsilon]L$$

Or

$$\frac{\partial (e^{-(1-f-\varepsilon)Lt} q_t)}{\partial t} = e^{-(1-f-\varepsilon)Lt} \frac{\partial q_t}{\partial t} - (1 - f - \varepsilon)L e^{-(1-f-\varepsilon)Lt} q_t = \varepsilon L e^{-(1-f-\varepsilon)Lt}$$

Donc

$$e^{-(1-f-\varepsilon)LA} q_A = -\frac{\varepsilon}{1 - f - \varepsilon} e^{-(1-f-\varepsilon)LA} + \frac{\varepsilon}{1 - f - \varepsilon} + q_0$$

Soit

$$q_A = \frac{\varepsilon}{1 - f - \varepsilon} [e^{(1-f-\varepsilon)LA} - 1] + q_0 e^{(1-f-\varepsilon)LA}$$

Sans apport initial, pour devenir propriétaire au terme d'une espérance de vie de 65 ans, si le total des frais de propriété représente moins du tiers du loyer annuel fixé à 4,5%, il suffit d'une remise de 15% pour que le ménage devienne propriétaire in fine.